Classe : **PCSI**	**DS3 SII**	**12/01/2019**	**Durée : 1h40**
NOM :			

Répartition des points (indication)	
Exercice 1 :	25 %
Exercice 2 :	23 %
Exercice 3 :	15 %
Exercice 4 :	20 %
Exercice 5 :	17 %

L'usage de la calculatrice est autorisé.

AVERTISSEMENT

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, **la clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante dans l'appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les étudiants sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

Vérifier, avant de commencer, que vous disposez de l'ensemble du sujet, les pages étant numérotées de 1/N à N/N

ATTENTION

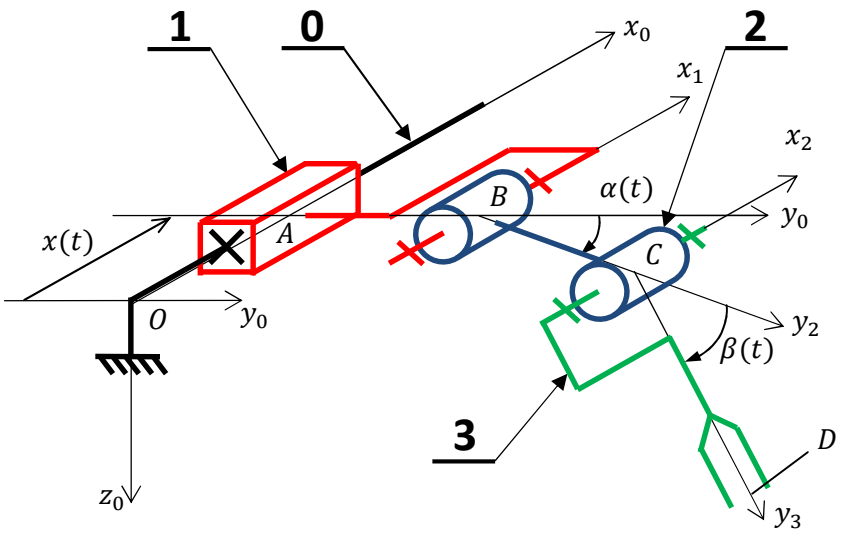
DANS TOUT LE SUJET :
Les résultats finaux seront donnés dans l'ordre croissant des bases, puis dans l'ordre croissant des vecteurs, exemple :

$$\overrightarrow{V_{A\epsilon 1/0}} = (?)\overrightarrow{x_0} + (?)\overrightarrow{y_0} + (?)\overrightarrow{z_0} + (?)\overrightarrow{x_1} + \ldots\ldots$$

Exercice 1 : Robot Gantry

Les robots type Gantry sont utilises pour tout type d'opérations. Ils ont la particularité d'avoir un grand rayon d'action grace à leur translation dans une direction horizontale.

Schématisation et paramétrage :



$\overrightarrow{OA} = x(t)\ \vec{x}_0 \qquad \overrightarrow{AB} = a\ \vec{y}_0 \qquad \overrightarrow{BC} = b\ \vec{y}_2 \qquad \overrightarrow{CD} = c\ \vec{y}_3$

$x(t), \alpha(t), et\ \beta(t)$ sont les paramètres cinématiques que l'on pourra noter sans « (t) ».

a, b et c sont des constantes. (*a = 35 mm ; b = 105 mm ; c = 85 mm)*

0 : **bâti fixe**. Repère lié $R_0(O;\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$.

1 : **coulisseau**. Repère lié $R_1(A;\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)$.

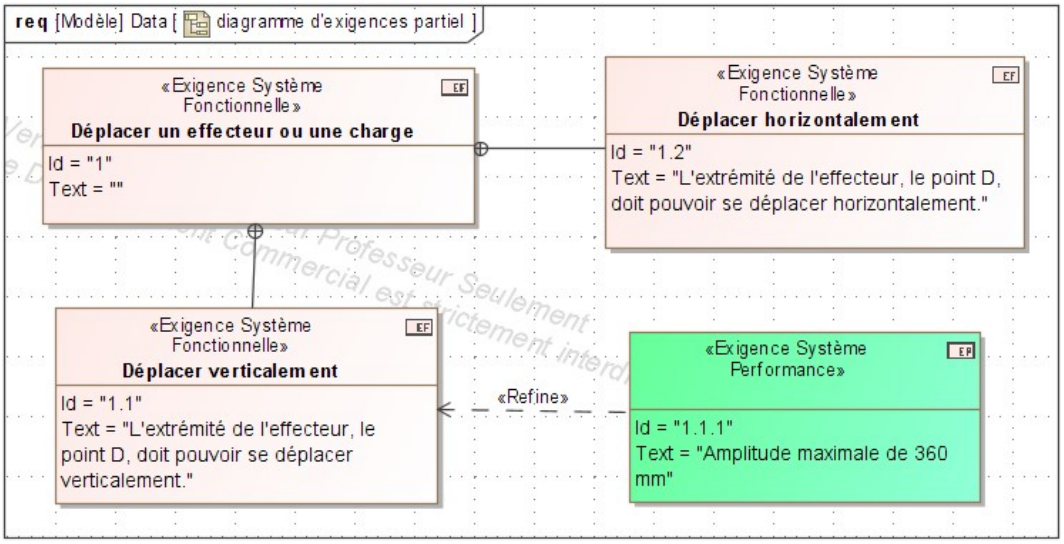
Mouvement de **1/0** : translation à trajectoire rectiligne de direction $\vec{x}_0$ repérée par $\overrightarrow{OA} = x(t)\vec{x}_0$.

2 : **épaule**. Repère lié $R_2(B;\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_2)$.

Mouvement de **2/1** : rotation d'axe $(B,\vec{x}_1)$ repérée par $(\vec{y}_1,\vec{y}_2) = (\vec{z}_1,\vec{z}_2) = \alpha(t)$.

3 : **bras**. Repère lié $R_3(C;\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z}_3)$.

Mouvement de **3/2** : rotation d'axe $(C,\vec{x}_2)$ repérée par $(\vec{y}_2,\vec{y}_3) = (\vec{z}_2,\vec{z}_3) = \beta(t)$.



Objectif
Caractériser les relations entre les paramètres afin d'obtenir des mouvements particuliers et vérifier les capacités de déplacement vertical du robot.

I. Capacité du robot à se déplacer verticalement

Q 1. Réaliser un graphe de liaison. Préciser le paramètre de position associé à chaque liaison.

Q 2. Indiquer les bases identiques.

Q 3. Réaliser les figures de changement de base, et indiquer le vecteur rotation associé.

Q 4. Déterminer $\overrightarrow{\Omega_{3/0}}$.

Q 5. Déterminer un vecteur position du point D par rapport au repère R_0 en fonction des paramètres cinématiques et des caractéristiques géométriques.

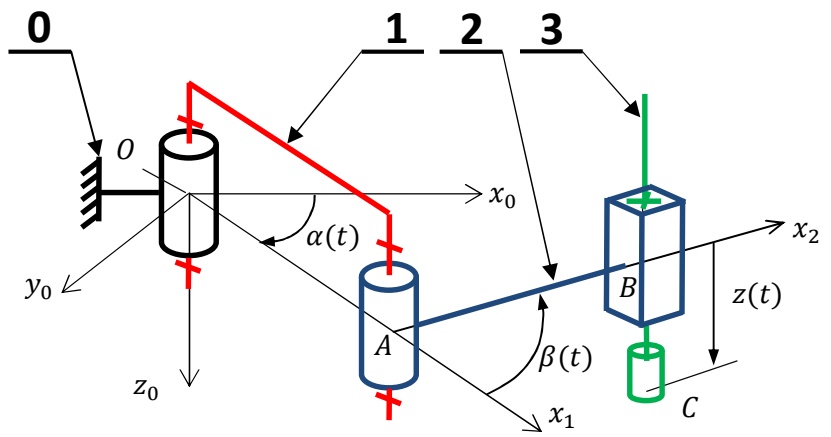
Q 6. Projeter ce vecteur dans la base b_0.

Q 7. Quelles sont les altitudes minimales et maximale du point D en prenant comme référence le point O. Conclure sur la capacité du robot à se déplacer verticalement.

II. Capacité du robot à se déplacer horizontalement

Q 8. Déterminer le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{D\in 3/0}}$. (on donne $\overrightarrow{V_{D\in 3/0}} = \dot{x}\,\vec{x}_0 + b\,\dot{\alpha}\,\vec{z}_2 + c\left(\dot{\alpha}+\dot{\beta}\right)\vec{z}_3$)

Q 9. Projeter ce vecteur dans la base B_0. En déduire la ou les relation(s) entre les paramètres à imposer afin d'obtenir un mouvement vertical et celle(s) pour obtenir un mouvement horizontal. Conclure sur la capacité du robot à se déplacer horizontalement.



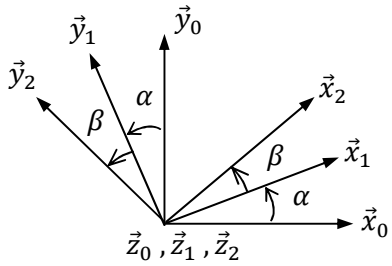
Schématisation et paramétrage :

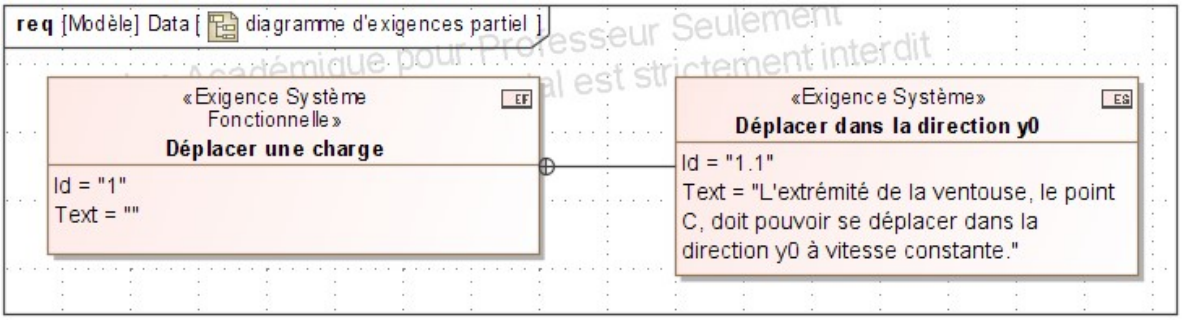
$\overrightarrow{OA} = a\ \vec{x}_1$; $\overrightarrow{AB} = b\ \vec{x}_2$; $\overrightarrow{BC} = z(t)\ \vec{z}_0$

$\alpha(t), \beta(t)$ *et* $z(t)$ sont les paramètres cinématiques qu'on pourra noter sans « (t) ». *a* et *b* sont des constantes.

0 : **bâti**, repère lié $R_0\,(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.
1 : **bras**, repère lié $R_1\,(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.
2 : **avant bras**, repère lié $R_2\,(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$.
3 : **coulisseau**, repère lié $R_3\,(C, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$.

Bases de projection





Objectif
Caractériser les relations cinématiques à appliquer pour obtenir des mouvements particuliers de l'extrémité de la ventouse.

I. Capacité du robot à se déplacer dans la direction $\vec{y}_0$

Q 1. *Réaliser un graphe de liaison. S'il est défini, préciser le paramètre de position associé à chaque liaison.*

Q 2. *Déterminer les trajectoires suivantes :* $T_{O\in 1/0}$; $T_{A\in 1/0}$; $T_{A\in 2/1}$; $T_{B\in 2/1}$; $T_{C\in 2/1}$ *et* $T_{C\in 3/2}$.

Q 3. *Déterminer* $\overrightarrow{\Omega_{3/0}}$.

Q 4. *Déterminer* $\overrightarrow{V_{C\in 3/0}}$.

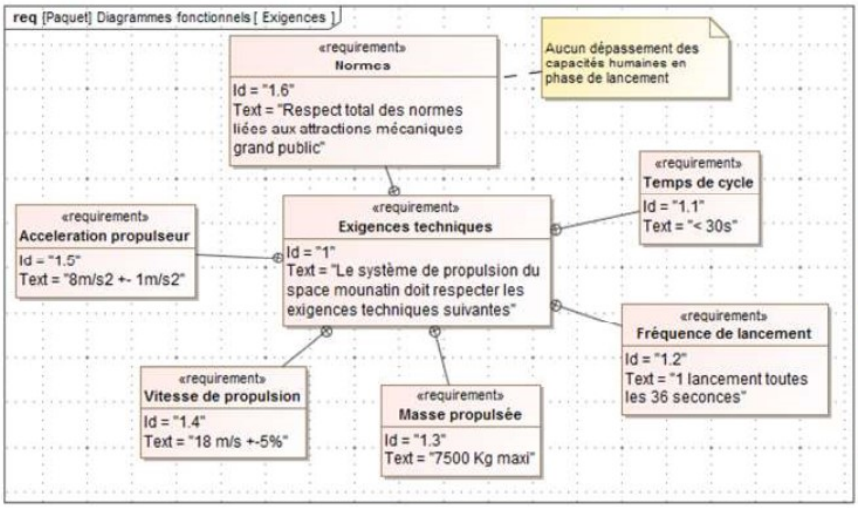
Q 5. *Déterminer l'accélération* $\overrightarrow{\Gamma_{C\in 3/0}}$.

Q 6. *Déterminer* $\|\overrightarrow{V_{C\in 3/0}}\|$.

Q 7. *Exprimer le vecteur* $\overrightarrow{V_{C\in 3/0}}$ *dans la base* B_0 *et indiquer la ou les relations à imposer afin d'obtenir un déplacement du point P tel que* $\overrightarrow{V_{C\in 3/0}} = V\overrightarrow{y_0}$. Conclure quant à la la capacité du robot à se déplacer dans la direction $\vec{y}_0$.

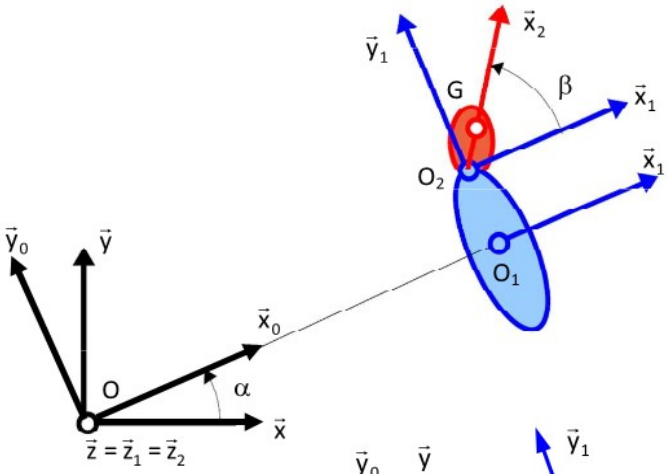
Exercice 3 : Système de lancement du Space Moutain

Le Space Mountain est une attraction installée au parc Euro Disney. Elle se présente sous la forme d'un chapiteau renfermant une montagne russe à grande vitesse. Le système de lancement de la montagne russe, évoquant un canon, est une catapulte à propulsion électrique de type porte-avions. Un pousseur vient en contact avec le train (contenant les passagers) afin de le propulser.



Rampe de lancement

On donne le modèle cinématique.

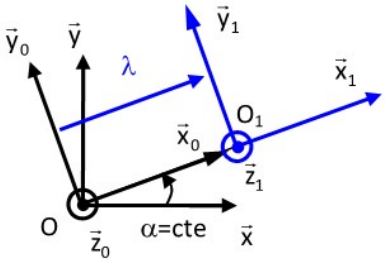


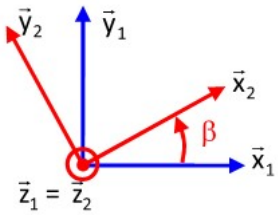
$R(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ est le repère attaché au sol. $R_0(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$ est le repère attaché au rail. $R_1(O_1,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)$ est le repère attaché à la catapulte. Les repères R_1 et R_0 sont en translation l'un par rapport à l'autre.

$R_2(O_2,\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_2)$ est le repère attaché à la tête d'un passager. Le centre de gravité de la tête du passager est défini par $\overrightarrow{O_2G} = a_2.\vec{x}_2$. On pose :

- $\alpha = (\vec{x},\vec{x}_0) = (\vec{y},\vec{y}_0)$ où α = constante
- $\overrightarrow{OO_1} = \lambda.\vec{x}_1$.
- $\beta = (\vec{x}_1,\vec{x}_2) = (\vec{y}_1,\vec{y}_2)$
- $\overrightarrow{O_1O_2} = a_1.\vec{x}_1 + b_1.\vec{y}_1$.

Figures de calcul :





Objectif
Caractériser les accélérations imposées par le système de propulsion et conclure quant au respect des accélérations maximales que peut subir un être humain.

Q.1. exprimer les vecteurs vitesse instantanée de rotation $\overrightarrow{\Omega_{1/0}}$, $\overrightarrow{\Omega_{2/1}}$ et $\overrightarrow{\Omega_{2/0}}$.

Q.2. Déterminer $\overrightarrow{V_{O_2,2/0}}$.

Q.3. Déterminer $\overrightarrow{V_{G,2/0}}$ et $\overrightarrow{\Gamma_{G,2/0}}$.

Q.4. On suppose que le cas le plus défavorable et lorsque l'accélération maximale du cahier des charges est supportée par le terme de l'accélération sur $\vec{y}_2$, à savoir $a_2.\ddot{\beta}$. Montrer que le corps humain, qui peut supporter jusqu'à 80 rad.s^{-2}, résiste (a_2 = 17 cm). Conclure quant au respect du cahier des charges des dépassements des capacités humaines.